

I. Définition

Soit un point O.

Transformer une figure par une homothétie de centre O, c'est l'agrandir ou la réduire en faisant glisser ses points le long de droites passant par O.

Une homothétie est définie par :

- Un centre ;
- Un rapport $k \neq 0$

On a $OA' = kOA$

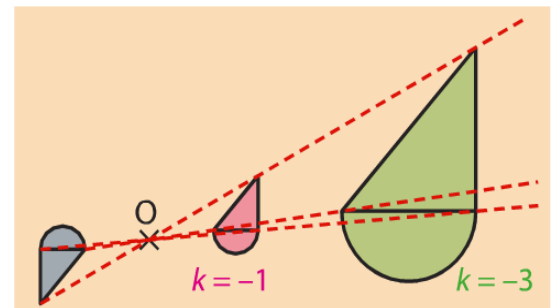
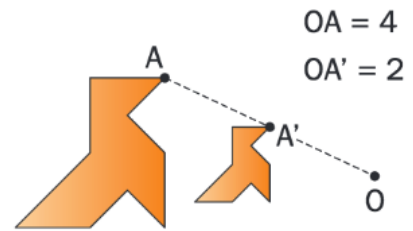
Exemple :

L'image du point A par l'homothétie de centre O et de rapport 0,5 est le point A' tel que les points O, A et A' sont alignés et $OA' = 0,5 \times OA$

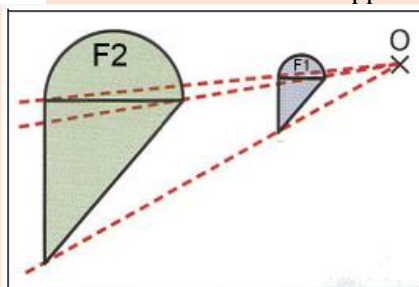
On note aussi : $h_{O;0,5}(A) = A'$

Remarques :

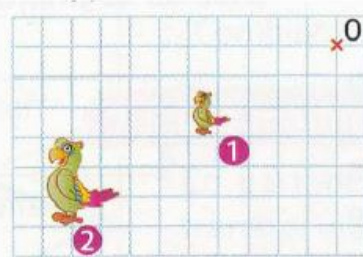
- Une homothétie de rapport égale à -1 est une symétrie centrale
- Dans une homothétie, un point, son image et le centre de l'homothétie sont toujours alignés.
- Le centre de l'homothétie est sa propre image (c'est un point fixe ou invariant).
- Lorsque le rapport d'une homothétie est négatif, la figure effectue un demi-tour autour du centre :



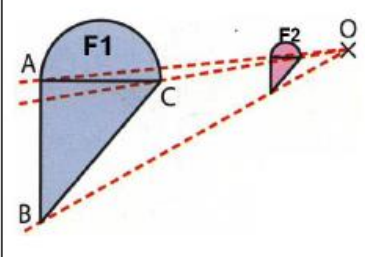
- Une figure et son image par une homothétie ont la même forme
- Les homothéties conservent l'alignement des points et la mesure des angles
- Une homothétie de rapport $k > 0$ multiplie les longueurs par k et les aires par k^2 .



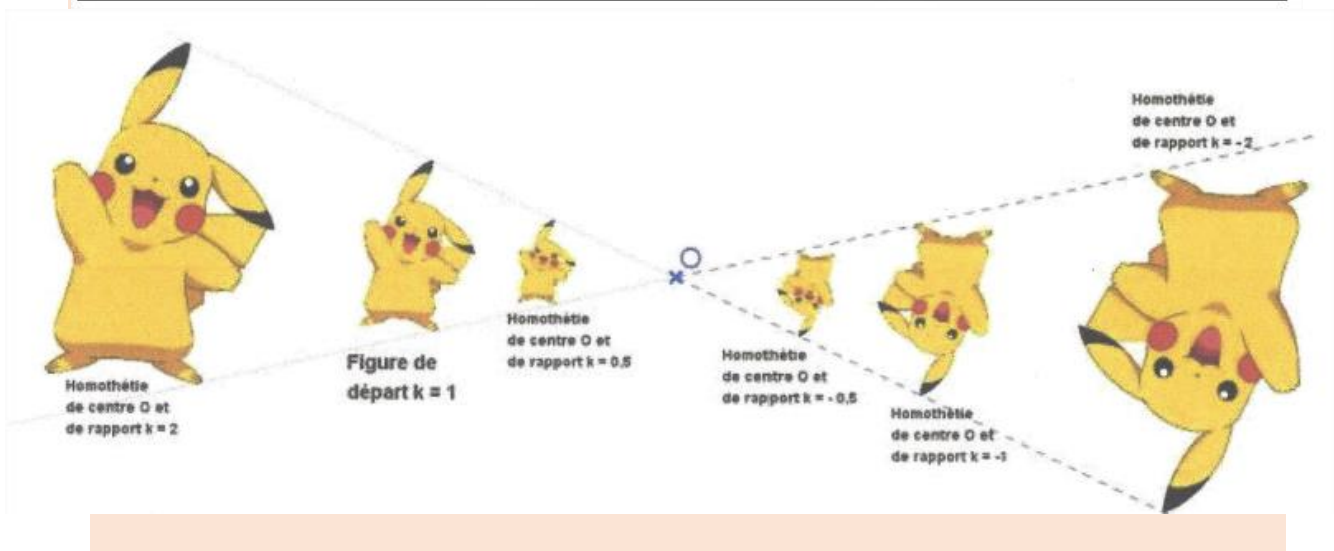
La figure 2 un agrandissement de rapport 3 de la figure 1 : toutes les longueurs sont multipliées par



La figure 2 est un agrandissement de la figure 1 par l'homothétie de centre O et de rapport $k = \dots$



La figure 2 est une réduction de la figure 1 par l'homothétie de centre O et de rapport $k = \dots$

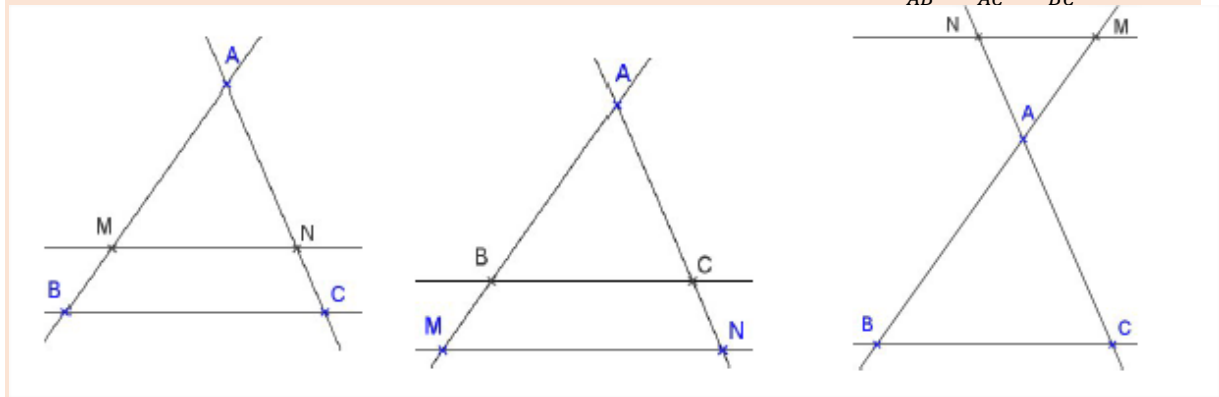


Propriété 3 :

Soit ABC un triangle tel que M soit sur (AB) et N sur (AC).
 Si (MN) est parallèle à (BC) alors l'homothétie de centre A qui transforme B en M transforme aussi C en N.
 Les triangles ABC et AMN sont dits homothétiques, ils sont dans la configuration de Thalès.

Remarque :

Le rapport k de l'homothétie est donné par le théorème de Thalès : $k = \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$



1) Construction

Pour construire l'image M' d'un point M par l'homothétie de centre O et de rapport 3 : On trace la droite (OM). M' est du même côté que M par rapport à O (car k est positif). On place M' sur (OM) tel que : $OM' = 3OM$



2) Propriété :

Un point, son image par une homothétie et le centre de l'homothétie sont

Construis les images du triangle par les homothéties de centre O et de rapports 3 ; -1 et -2.

