Attention, la correction peut contenir des erreurs :)

24 **a.** On ne peut pas savoir car le Petit Chaperon rouge a pu manger 3 tartelettes aux pêches ou 3 tartelettes aux cerises.
b. Vrai, car le Petit Chaperon rouge a pu manger 3 tartelettes aux pêches.
c. Faux, dans tous les cas de figure, ce n'est pas le cas (il faudrait manger au moins 4 tartelettes aux fraises pour avoir autant de tartelettes aux fraises qu'aux cerises).
d. On ne peut pas savoir car le Petit Chaperon rouge a pu manger 3 tartelettes aux cerises.

26 **1.** 34 est un multiple de 17. 34 est divisible par 17.
2. 18 est un multiple de 9. 18 est divisible par 9.
3. 12 est un diviseur de 144. 12 divise 144.
4. 5 est un diviseur de 125. 5 divise 125.

P2

13 Les diviseurs de 36 sont 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 et 36.

14 Les multiples de 7 compris entre 50 et 100 sont 56, 63, 70, 77, 84, 91.

16 **1.** $450 = 2 \times 3^2 \times 5^2$ et $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$.

2. $\dfrac{180}{450} = \dfrac{2^2 \times 3^2 \times 5}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \dfrac{2}{5}$

27

est divisible par	2	3	4	5	9	10
238	oui	non	non	non	non	non
1 250	oui	non	non	oui	non	oui
1 230	oui	oui	non	oui	non	oui
999	non	oui	non	non	oui	non

P3

15 Faux, exemple : $2 + 3 = 5$, et 5 est un nombre impair.

18 **1.** $1\,350 = 2 \times 3^3 \times 5^2$ et $3\,000 = 2^3 \times 3 \times 5^3$.

2. $\dfrac{1\,350}{3\,000} = \dfrac{2 \times 3^3 \times 5^2}{2^3 \times 3 \times 5^3} = \dfrac{3^2}{2^2 \times 5} = \dfrac{9}{20}$

19 9 876 543 120

23 **1.** Faux, car $3 - 5 = -2$ qui n'est pas un entier naturel.
2. Vrai : Soient a et b deux multiples de 7. Il existe alors deux entiers relatifs p et q tels que $a = 7p$ et $b = 7q$. Alors $a + b = 7p + 7q = 7(p + q)$. Comme $p + q$ est un entier relatif, $a + b$ est bien un multiple de 7.
3. Faux, car 2 et 3 sont des diviseurs de 12 et $2 + 3 = 5$ n'est pas un diviseur de 12.
4. Faux, car -8 et 3 sont des entiers relatifs et $\dfrac{-8}{3}$ n'est pas un entier relatif.

25 **1.** Diviseurs de 1 155 : 1, 3, 5, 7, 11, 15, 21, 33, 35, 55, 77, 105, 165, 231, 385 et 1 155.
2. Diviseurs de 1 164 : 1, 2, 3, 4, 6, 12, 97, 194, 291, 388, 582 et 1 164.
3. La fraction $\dfrac{1\,155}{1\,164}$ n'est pas irréductible puisque 3 est un diviseur commun de 1 155 et 1 164. Ces deux nombres ne sont donc pas premiers entre eux.

69 Soit x le nombre de départ.
$x = 7q + 3$, avec $q \in \mathbb{N}$,
$q = 7 \times 11 + 5$, donc $q = 82$.
Ainsi $x = 7 \times 82 + 3 = 577$.
Le nombre de départ était 577.

71 Soient a et b deux nombres entiers impairs. Alors, il existe deux entiers relatifs k et k' tels que $a = 2k + 1$ et $b = 2k' + 1$.
On a alors $a + b = 2k + 1 + 2k' + 1 = 2k + 2k' + 2 = 2(k + k' + 1)$.

Or $k \in \mathbb{Z}$ et $k' \in \mathbb{Z}$ donc $k + k' + 1 \in \mathbb{Z}$. Ainsi $2(k + k' + 1)$ est un entier pair donc $a + b$ est un entier pair.
La somme de deux entiers impairs est donc paire.

20 $420 \div 11 \approx 38{,}1$, donc le plus petit multiple de 11 supérieur ou égal à 420 est $11 \times 39 = 429$.

82 **1.** $18 = 2 \times 3 \times 3$ et $12 = 2 \times 2 \times 3$ donc le PGCD de 18 et 12 vaut 6.

2. a. d est un diviseur de a donc il existe un entier naturel n tel que $a = dn$.

d est un diviseur de b donc il existe un entier naturel p tel que $b = dp$.

On a $a = bq + r$ donc $r = a - bq = dn - dpq = d(n - pq)$.

Comme $n \in \mathbb{N}$, $p \in \mathbb{N}$ et $q \in \mathbb{N}$ alors $n - pq \in \mathbb{Z}$ donc d est un diviseur de r.

b. f est un diviseur de r donc il existe un entier naturel m tel que $r = fm$.

f est un diviseur de b donc il existe un entier naturel s tel que $b = fs$.

On a $a = bq + r$ donc $a = fmq + fs = f(mq + s)$.

Comme $m \in \mathbb{N}$, $q \in \mathbb{N}$ et $s \in \mathbb{N}$ alors $mq + s \in \mathbb{N}$ donc f est un diviseur de a.

3. On effectue la division euclidienne de a par b. On note r le reste.

On remplace ensuite a par b et b par r. Tant que le reste est différent de 0, on réitère le procédé. Après un certain nombre d'itérations, on obtiendra un reste égal à 0 car les différents restes sont des entiers de plus en plus petits mais toujours supérieurs ou égaux à 0.

Le PGCD de a et de b est alors le reste précédent (c'est-à-dire **le dernier reste non nul**).

$494 = 143 \times 3 + 65$

$143 = 65 \times 2 + 13$

$65 = 13 \times 5 + 0$

13 est le dernier reste non nul donc PGCD(143 ; 494) = 13.